

Έχουμε το άθροισμα $\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k}$. Ξέρουμε ότι

$$(\alpha + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \alpha^k b^{n-k}.$$

Οπότε στο άθροισμα μας έχουμε όπου $\alpha=2$ και $b=1$.
Δηλαδή:

$$\sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = (2 + 1)^n = 3^n$$