

3.20

Έστω ένα σύνολο n στοιχείων A . Θέλω να βρω με πόσους τρόπους μπορώ να κατασκευάσω υποσύνολα B και Γ του A , με k και i στοιχεία αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\Gamma \subseteq B \subseteq A$. Αυτό μπορώ να το κάνω διαλέγοντας πρώτα k στοιχεία από τα n στοιχεία του A (για να κατασκευάσω το B) και στη συνέχεια i στοιχεία από τα k (για να κατασκευάσω το Γ). Δηλαδή μπορώ να το κάνω με $\binom{n}{k} \binom{k}{i}$ τρόπους (δεύτερο μέλος).

Ένας άλλος τρόπος για να μετρήσω τα υποσύνολα B και Γ με τη ζητούμενη ιδιότητα είναι ο εξής: Να διαλέξω i στοιχεία από τα n στοιχεία του A (για να κατασκευάσω το υποσύνολο Γ) και μετά να διαλέξω $k-i$ στοιχεία από τα υπόλοιπα στοιχεία του A (για να κατασκευάσω το B). Το B τελικά περιέχει $i+k-i = k$ στοιχεία γιατί περιέχει και όλα τα στοιχεία του Γ (αφού $\Gamma \subseteq B$). Αυτό γίνεται με $\binom{n}{i} \binom{n-i}{k-i}$ τρόπους (πρώτο μέλος).

Έχω υπολογίσει το ίδιο πράγμα με δυο διαφορετικούς τρόπους. Άρα $\binom{n}{k} \binom{k}{i} = \binom{n}{i} \binom{n-i}{k-i}$.