

Άσκηση 4.1

Ξεκινάμε από το δεύτερο ερώτημα δηλαδή τον υπολογισμό των διαφορετικών γραφημάτων με n κορυφές και k ακμές. Ο μέγιστος αριθμός των ακμών με n κορυφές είναι

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Αφου κάθε κορυφή μπορεί να ενωθεί με όλες τις άλλες εκτός του εαυτού της δηλαδή $n(n-1)$ αλλά αυτό πρέπει να διαιρεθεί με το 2 αφού για παράδειγμα την ακμή απο την 1 κορυφή στη 2 κορυφή την μετράω ξανά και από την 2 στην 1.

Έτσι ο αριθμός των διαφορετικών γραφημάτων είναι η επιλογή από το παράπανω πλήθος ακμών k δηλαδή

$$\binom{\binom{n}{2}}{k}$$

Τώρα στην γενική περίπτωση που έχουμε να βρούμε το πλήθος των διαφορετικών γραφημάτων με n κορυφές θα ισούται με το παρακάτω άθροισμα αφού τώρα δεν έχουμε περιορισμό όσο αφορά τις ακμές οπότε μπορούν να είναι από 0 μέχρι και το μέγιστο δυνατό που έχουμε δείξει πιο πάνω, οπότε το πλήθος είναι :

$$\sum_{k=0}^{\binom{n}{2}} \binom{\binom{n}{2}}{k} = 2^{\binom{n}{2}}$$