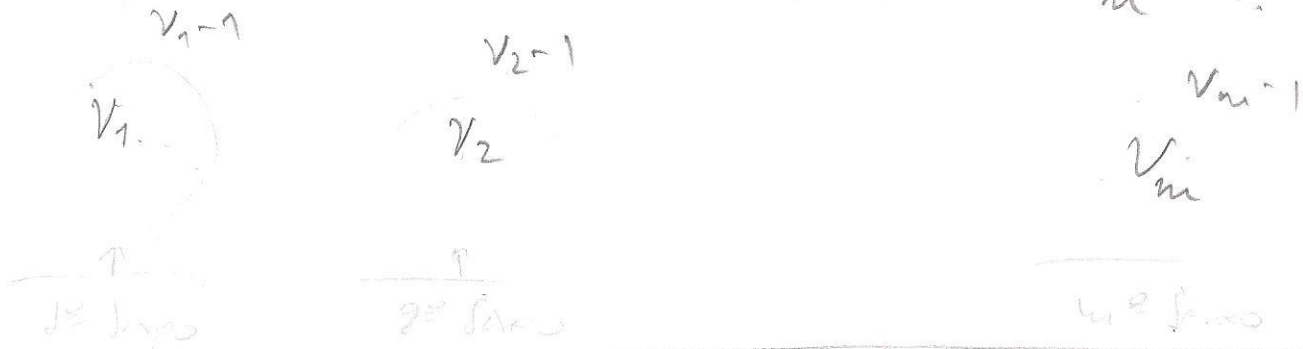


## Άσκηση 4.27

Αποδείξτε ότι ένα δέντρο  $T$  με  $n$  κορυφές και  $m$  συνεκτικές συνιστώσες ( $m$  δέντρα  $T_1, T_2, \dots, T_m$ ) έχει ακριβώς  $n-m$  ακμές.

Λύση

$$V_1 + V_2 + \dots + V_m = n.$$



Πόσες κορυφές έχει το κάθε δέντρο;

Αν αναλύσω σε αυτό, φτιάχνω ότι κάθε δέντρο με  $n$  κορυφές έχει ακριβώς  $n-1$  ακμές.

Αρα προσθέτουμε τις ακμές τα κάθε δέντρο στο  $n$  γιατί είναι ένα τεταγμένο, θα έχω πόσες ακμές συνολικά έχω.

Έστω λοιπόν ότι το 1<sup>ο</sup> δέντρο έχει  $V_1$  κορυφές  
το 2<sup>ο</sup> δέντρο έχει  $V_2$  κορυφές  
⋮  
το  $m$ <sup>ο</sup> δέντρο έχει  $V_m$  κορυφές

Αρα το 1<sup>ο</sup> δέντρο έχει  $V_1 - 1$  ακμές  
το 2<sup>ο</sup> δέντρο έχει  $V_2 - 1$  ακμές  
⋮  
το  $m$ <sup>ο</sup> δέντρο έχει  $V_m - 1$  ακμές

Αρα προσθέτουμε παίρνω:  $(V_1 - 1) + (V_2 - 1) + \dots + (V_m - 1) =$   
 $(V_1 + V_2 + \dots + V_m) - \underbrace{1 - 1 - \dots - 1}_m = \underbrace{(V_1 + V_2 + \dots + V_m)}_n - m = n - m.$