Πανεπιστημιο Κρητης – Μαθηματικο Τμημα

Θέματα Ανάλυσης: Σεμινάριο Προβλημάτων

Μιχάλης Κολουντζάκης

Εαρινό εξάμηνο 1999-2000

Διδακτικές ώρες: 3
Διδακτικές μονάδες: 3

> *1. Σε ένα ορθογώνιο τραπέζι T βρίσκονται τοποθετημένα n όμοια, κυκλικά νομίσματα, με τέτοιο τρόπο ώστε δε χωράει να τοποθετηθεί άλλο νόμισμα πάνω στο τραπέζι αυτό χωρίς να επικαλύπτει μερικώς κάποιο από τα ήδη υπάρχοντα νομίσματα. Δείξτε ότι $4n$ νομίσματα αρκούν για να καλύψουν πλήρως το τραπέζι, ενδεχομένως αλληλοκαλυπτόμενα.*
>
> *2. Δίνεται μια οικογένεια $\mathcal{F}$ από κύκλους (μόνο οι περιφέρειες) στο επίπεδο που ανά δύο είναι ξένοι και οι ακτίνες τους είναι ρητοί αριθμοί. Δείξτε ότι η $\mathcal{F}$ είναι αριθμήσιμη οικογένεια.*
>
> *3. Δίνονται $n+1$ διαφορετικοί φυσικοί αριθμοί στο διάστημα $[1, 2n]$. Δείξτε ότι υπάρχουν ανάμεσά τους δύο που είναι μεταξύ τους πρώτοι.*
>
> Μερικά προβλήματα του 98-99.

Το μάθημα αυτό, που δίνεται για τρίτη φορά φέτος στο Πανεπιστήμιο Κρήτης, έχει σκοπό να εκθέσει το φοιτητή σε προβλήματα και τεχνικές διαφορετικών περιοχών των Μαθηματικών στα πλαίσια ενός μαθήματος. Η εισαγωγή στα προβλήματα και τις μεθόδους αυτές γίνεται μέσω της προσπάθειας επίλυσης προβλημάτων. Η επιλογή των προβλημάτων αυτών γίνεται έτσι ώστε να είναι κατά το δυνατό απλά στη διατύπωσή τους και τέτοια ώστε η λύση τους να διδάσκει (ή να εισάγει ιδέες για) μια σημαντική και χρήσιμη τεχνική.

Το μάθημα λειτουργεί ως εξής. Μοιράζονται φυλλάδια με περίπου 10 ασκήσεις κάθε φορά, και που συνήθως έχουν ένα κοινό θέμα. Στο εαρινό εξάμηνο του 98-99 μοιράστηκαν 6 φυλλάδια ασκήσεων με θέματα από

1. Θεωρία Αριθμών,
2. Γεωμετρία και Κυρτότητα,
3. Συνολοθεωρία και Θεωρία Υπολογισμών,
4. Υποομάδες του Επιπέδου και του Κύκλου,
5. Θεωρία Γραφημάτων, και
6. Ανισότητες.

Οι φοιτητές δουλεύουν πάνω στα προβλήματα αυτά μόνοι τους ή σε ομάδες, συνήθως με κάποιες υποδείξεις του διδάσκοντα. Ιδανικά, οι φοιτητές λύνουν τις ασκήσεις και παρουσιάζουν τις λύσεις τους κατά τη διάρκεια του μαθήματος ή γραπτά. Στην περίπτωση που δε λυθεί ένα πρόβλημα δίνονται περαιτέρω υποδείξεις και γίνεται και συζήτηση κατά τη διάρκεια του μαθήματος με σκοπό να οδηγηθούμε φυσιολογικα στη λύση του προβλήματος με τη συμμετοχή των φοιτητών.

Μέσα από το μάθημα αυτό θέλουμε να γίνει αντιληπτή από το φοιτητή η ενότητα των Μαθηματικών, η αλληλοσύνδεση δηλαδή και η παρόμοια φύση διαφόρων κλάδων των Μαθηματικών που ο φοιτητής έχει συνηθίσει να βλέπει σε ξεχωριστά μεταξύ τους μαθήματα.

Επίσης ελπίζουμε πως, με την παρουσίαση και προβλημάτων – σπαζοκεφαλιών σε γλώσσα μη τεχνική, από αυτά που μπορούν κάλλιστα να κατανοηθούν ως προβλήματα (αν και όχι πάντα ως λύσεις) από το μη Μαθηματικό σκεπτόμενο συνομιλητή, θα καταφέρουμε να κρατήσουμε το ενδιαφέρον του φοιτητή και να δείξουμε πως τα Μαθηματικά μπορούν να είναι και απολαυστικά.

Το μάθημα απευθύνεται σε όλους τους φοιτητές και δεν έχει κανένα τυπικό προαπαιτούμενο. Συνιστάται όμως ιδιαίτερα σε φοιτητές που έχουν ήδη καλή γνώση της βασικής ανάλυσης και της γραμμικής άλγεβρας. Η εξέταση θα είναι γραπτή, σε προβλήματα σχετικά με αυτά που λύθηκαν κατά τη διάρκεια του εξαμήνου, ή σε προβλήματα των οποίων η λύση επιτυγχάνεται με τις τεχνικές που θα μάθουμε ή, τέλος, σε προβλήματα που είναι μεν τελείως νέα αλλά έχουν λύση πολύ 'απλή'. Θα υπάρξει προεραιτική πρόοδος για ένα ποσοστό 30-40% του βαθμού.

Τονίζεται ότι, από τη φύση του μαθήματος (συζήτηση συνεχώς μέσα στην τάξη), είναι απαραίτητη η φυσική παρουσία του φοιτητή στο μάθημα, καθώς θεωρώ πως είναι πρακτικά πάρα πολύ δύσκολο για κάποιον που δεν έχει εκτεθεί στις μεθόδους που θα διδαχθούν κατά τη διάρκεια του εξαμήνου να κατορθώσει να λύσει τα προβλήματα του διαγωνίσματος.

Το πρώτο φυλλάδιο ασκήσεων θα κυκλοφορήσει αρχές Ιανουαρίου.

Ηράκλειο, 10 Δεκ. 1999